



CONCEPTOS DE PRECÁLCULO II: LÍMITES-INFINITO-PROBABILIDAD

CARACTERÍSTICAS

DURACIÓN: 60'

GRADO: 4-12

MATERIAS:

MATEMÁTICAS, ÁLGEBRA,
ARITMÉTICA, CIENCIAS, HISTORIA, ARTE,
PINTURA



DURACIÓN: 60'

GRADO: 4-12

MATERIA: MATEMÁTICAS, ÁLGEBRA,
ARITMÉTICA, CIENCIAS, HISTORIA, ARTE,
PINTURA.

CONCEPTOS DE PRECÁLCULO II: LÍMITES-INFINITO-PROBABILIDAD

DESCRIPCIÓN:

El video nos muestra las matemáticas y la visión del mundo en el Valle del Indo e incluye la aplicación de las series infinitas que encontramos en las Paradojas de Zenón, la probabilidad conjunta en los eventos deportivos, la probabilidad condicionada, los efectos de la pesca excesiva y los límites e infinito en el contexto de la astronomía.

OBJETIVO:

Conocer el uso y aplicación de los límites, el infinito y la probabilidad en la vida real



MATERIALES:

Mapa, lápiz, pluma, organizador gráfico o mapa conceptual.

I. ACTIVACIÓN DE CONOCIMIENTO PREVIO. DISCUTIR Y RESPONDER LAS SIGUIENTES PREGUNTAS.

- ¿Qué entiendes sobre probabilidad?
- ¿Cómo usas la probabilidad en tu vida?
- ¿Qué sabes sobre el infinito?

II. VER EL VIDEO DEL MINUTO 2 AL MINUTO 23 Y RESPONDER LAS SIGUIENTES PREGUNTAS.

1. ¿Qué es una probabilidad conjunta?
2. ¿Cómo se calcula la probabilidad conjunta?
3. ¿Qué indicadores son relevantes además de la probabilidad para que suceda un hecho?
4. ¿A qué se le llama condicional?
5. ¿Cómo influye la probabilidad condicional nuestras vidas?
6. Explica y ejemplifica matemáticamente la probabilidad condicional
7. ¿A qué se refiere el problema de Monty Hall? Explica
8. ¿Qué muestra el problema Monty Hall además de un indicador matemático?
9. ¿Quiénes han explorado el concepto de infinidad?
10. ¿Para qué se continúa explorando el universo?
11. ¿Qué líneas escribió la autora Simone de Beauvoir respecto al infinito?
12. ¿A qué se refiere el concepto de infinito?
13. ¿Cuál es el símbolo de infinito?
14. ¿Cómo es la Tierra respecto a lo finito y al infinito?
15. ¿Cómo se usa el concepto de "Límite" en las matemáticas?
16. ¿Cuando se denomina el límite en el infinito en las matemáticas?
17. ¿Para qué nos ayudan los límites?
18. ¿De qué tratan las paradojas de Zenón sobre el infinito?
19. ¿Cuántas paradojas se dice que escribió Zenón?
20. ¿Qué es una paradoja?
21. ¿Cuáles son unas de las paradojas más conocidas?
22. ¿Quién fue Zenón?



23. ¿Quién fue Parménides?
24. ¿Cuáles eran las paradojas de Zenón sobre el movimiento?
25. ¿De qué trata la paradoja de Aquiles y la Tortuga?
26. ¿De qué trata la paradoja de la dicotomía?
27. ¿De qué trata la paradoja de la flecha?
28. ¿Qué hay de incorrecto en las paradojas de Zenón?

**III. VER EL VIDEO DEL MINUTO 22 AL MINUTO 28.
USA LA INFORMACIÓN DEL VIDEO PARA COMPLETAR LA INFORMACIÓN FALTANTE.**

El (1)_____ es un cambio en la posición de un cuerpo con respecto al (2)_____. Un objeto en movimiento debe alcanzar un número (3)_____ de puntos, nunca puede alcanzar su objetivo, pero sabemos que es posible viajar de un lugar a otro. Supongamos que estamos de acuerdo en que antes de recorrer un kilómetro debemos (4)_____ medio kilómetro, y que antes de recorrer el otro medio kilómetro debemos hacer la mitad de este, que sería un (5)_____ de kilómetro; luego, un octavo de kilómetro, un dieciseisavo y así sucesivamente. Al recorrer un (6)_____ infinito de pequeñas distancias, donde cada distancia es la (7)_____ de la distancia anterior, recorreremos todo el kilómetro. Pareciera ser que al agregar un número infinito de distancias (8)_____ deberíamos obtener una distancia infinita para la suma, pero, en este caso, no es así. Esta es una serie (9)_____ infinita cuya suma puede expresarse como: la suma a partir de "n" igual a uno, a la infinidad de un medio a la (10)_____ de "n". Podemos probar que esta serie infinita es igual a uno con solo mirar una serie geométrica (11)_____.

IV. VER EL VIDEO DEL MINUTO 28 AL MINUTO 30 Y DECIDIR SI LOS SIGUIENTES ENUNCIADOS SON VERDADEROS (V) O FALSOS (F).

- () 1. En la Época Oscura de Europa, los matemáticos del mundo indio y árabe cultivaron su conocimiento.
- () 2. Los matemáticos del mundo indio y árabe establecieron las bases de las prácticas matemáticas actuales.
- () 3. Las civilizaciones antiguas del río del Valle Indo y el subcontinente indio fueron de gran influencia para el mundo moderno.
- () 4 .Las ciudades de Harappa y Mohenjodaro se formaron hace 500 años.
- () 5. Europa es responsable de los logros en el arte, en la ciencia y en las matemáticas.
- () 6. Se cree que el sistema numérico actual se originó en Harappa y Mohenjodaro.
- () 7 .Los griegos desarrollaron la geometría
- () 8. Los españoles desarrollaron el álgebra.
- () 9. La trigonometría y el sistema decimal fueron considerados las primeras raíces de la Matemática moderna.
- () 10. Los conceptos del sistema decimal, la notación de valor posicional y el cero se originaron en la India.



V. VER EL VIDEO DEL MINUTO 29 AL MINUTO 31 Y RELACIONAR LAS SIGUIENTES COLUMNAS. ESCRIBIR EL NÚMERO DE LA ORACIÓN QUE CORRESPONDA PARA COMPLETAR LA IDEA CORRECTAMENTE.

- | | |
|--|---|
| <ul style="list-style-type: none"> () 1. Las civilizaciones antiguas eran () 2. Los eruditos del Valle Indo () 3. Hoy Harappa esta en () 4. En Harappa se desarrolló () 5. La contribución más relevante de Harappa fue el descubrimiento del () 6. El sistema de pesos y medidas () 7. El período Védico comenzó hacia () 8. Los Vedas son () 9. Con los Vedas llegó la primera () 10. Los Vedas aplicaron matemáticas a la | <ul style="list-style-type: none"> 1. Tecnología para cocinar ladrillos de barro 2. Textos indios antiguos 3. Competentes en matemáticas 4. Graduaba el peso cúbico 5. Pakistán 6. Religión G .Prueba de las matemáticas 8. Desarrollaron el álgebra 9. 1500 A.C. 10. Sistema uniforme de pesos y medidas |
|--|---|

VI. VER EL VIDEO DEL MINUTO 31 AL MINUTO 41 USAR LA TABLA DE LETRAS Y LAS CLAVES PARA COMPLETAR LAS PALABRAS. ENCONTRAR LAS COORDENADAS QUE FALTAN PARA CADA LETRA DE LAS PALABRAS Y ESCRIBIRLAS EN PARÉNTESIS DEBAJO DE CADA LETRA.

SEGUIR EL EJEMPLO.

Un felino: G A I O
 (3,5) (1,5) (3,4) (2,1)

5	A	L	G	V	D
4	K	N	T	P	H
3	Q	C	B	Ñ	S
2	F	U	J	Y	Z
1	I	O	R	E	M
	1	2	3	4	5

1. Los diez símbolos que usamos evolucionaron de una serie india conocida como números ...

 (3,3) (1,5) (5,4) (1,1)

2. El concepto de ... fue ignorado por las culturas más antiguas

 (2,3) (3,1)

3. El cero posee naturaleza ...

 (1,5) (3,3) (3,1) (1,5) (3,4)



4. El cero es importante en el sistema de ... posicional

$\overline{(4,5)}$ $\overline{(2,5)}$ $\overline{(3,1)}$

5. Brahmagupta fue uno de los matemáticos más reconocidos de la ...

$\overline{(1,1)}$ $\overline{(5,5)}$ $\overline{(1,5)}$

6. Brahmagupta escribió dos tratados ... que hacían un fuerte uso de las matemáticas

$\overline{(2,3)}$ $\overline{(2,4)}$ $\overline{(3,4)}$ $\overline{(1,2)}$ $\overline{(2,3)}$ $\overline{(5,3)}$

7. Brahmagupta definió el cero como el resultado de ... otro número de sí mismo

$\overline{(5,3)}$ $\overline{(5,3)}$ $\overline{(3,4)}$ $\overline{(4,1)}$ $\overline{(3,1)}$

8. Cuando el cero se suma o se resta de otro número, ese número permanece ...

$\overline{(1,1)}$ $\overline{(2,2)}$ $\overline{(2,5)}$

9. Brahmagupta también comprendió la ... de los números negativos

$\overline{(4,4)}$ $\overline{(4,4)}$ $\overline{(5,5)}$ $\overline{(5,5)}$

10. "Fortuna" y "..." son términos a los que se refieren los números positivos y negativos.

$\overline{(5,5)}$ $\overline{(2,2)}$ $\overline{(5,5)}$

11. Cero ... cero es cero.

$\overline{(5,1)}$ $\overline{(2,4)}$ $\overline{(2,1)}$

12. El producto de cero ... por cero es cero.

$\overline{(5,1)}$ $\overline{(2,5)}$ $\overline{(3,4)}$ $\overline{(1,1)}$ $\overline{(2,3)}$ $\overline{(5,5)}$

13. El producto o ... de dos fortunas es una .

$\overline{(2,3)}$ $\overline{(2,3)}$ $\overline{(1,1)}$ $\overline{(3,4)}$

14. El producto o cociente de una ... y una deuda es una deuda.

$\overline{(1,2)}$ $\overline{(3,1)}$ $\overline{(3,4)}$ $\overline{(1,5)}$



15. Las ventajas de un sistema decimal posicional se ven en la eficacia de las operaciones ...

(1,5) (3,1) (5,1) (1,1) (2,3) (5,3)

16. El ... comenzó a pensar las matemáticas como una disciplina abstracta que trabajaba con cifras numéricas importantes y a conceptualizar la noción de infinito.

(3,2) (1,1) (2,4) (5,3) (2,1)

17. Un ... es un número entero que puede definirse o calcularse.

(2,4) (5,1) (1,5) (4,1)

18. Un número ... es un número entero que existe pero que es difícil de calcular o contar.

(1,1) (2,4) (2,4) (3,1) (1,5) (3,3)

19. Un número infinito es una cantidad que es inmensurable o ...

(1,1) (2,5) (5,1) (1,5) (5,5)

20. Los janistas también crearon ... y series de números.

(5,3) (2,2) (4,1) (1,1) (1,5)

21. Los janistas también comprendían bien la ley de índices y raíces ...

(2,3) (1,5) (5,5) (5,5) (1,5)

22. Los janistas demostraron gran habilidad al calcular ... y combinaciones.

(4,4) (5,1) (2,2) (2,3) (1,1) (4,1) (5,3)

VII. VE EL VIDEO DEL MINUTO 40 AL MINUTO 51 Y COMPLETA LAS SIGUIENTES IDEAS.

1. La (1)_____ sería el orden de un determinado número de (2)_____ de una serie dada
2. Se define una (3)_____ como uno o más elementos seleccionados de una (4)_____ sin tener en cuenta el orden de selección
3. Un janista llamado (5)_____ planteó el problema para encontrar el número total de combinaciones de los diferentes (6)_____ que existen, nombrando seis gustos individuales: (7)_____, amargo, agrio, acre, salado y (8)_____. Lo que Mahavira hizo fue (9)_____ todas las combinaciones diferentes, de seis objetos, para encontrar el (10)_____ total de combinaciones.
4. Mahavira no revela cómo llegó a estas (11)_____, pero las fórmulas que él inventó son las que



usamos en la actualidad, para resolver los problemas de (12)_____.

5. Las civilizaciones de la (13)_____ fueron las primeras en aplicar las matemáticas y la (14)_____ en su práctica religiosa. Una cita del *Lilavati*, escrita por Bhaskara, nos plantea un problema que nos hace pensar: ¿cuántas (15)_____ de la forma del dios Sambhu pueden hacerse al cambiar los diez (16)_____ que sostiene a la vez, con cada una de sus manos? La sogá, el gancho de elefante, la (17)_____, el tambor, el cráneo, el tridente, la cama, la daga, la flecha y el (18)_____. La respuesta es diez P diez, o el factorial de diez, que es igual a 3, 628,800.

6. Ramanujan fue capaz de desarrollar (19)_____ matemáticas sorprendentes, trabajando con funciones (20)_____, fracciones continuas y series infinitas.

7. En el presente, la (21)_____ es un referente mundial en la informática, en la (22)_____ y en la gestión de datos.

VIII. SOPA DE LETRAS.

VE EL VIDEO Y ENCUENTRA LAS SIGUIENTES PALABRAS.

MATEMÁTICA
LÍMITES
ÍNDICES
ASTRINGENTE
ELÍPTICAS
RESTAR
ELEMENTOS
CALCULAR
GEOMETRÍA
PROPIEDAD

INFINITO
JANISTA
NÚMERO
TEORÍA
DEUDA
INGENIERÍA
FRACCIONES
ÁLGEBRA
ARITMÉTICA
MULTPLICAR

PROBLEMA
COMBINACIÓN
PROBABILIDAD
CERO
INFORMÁTICA
GUSTOS
ERUDITO
NUMERABLE
FORTUNA
PARADOJA

PERMUTACIÓN
CIENCIA
RAIZ
FÓRMULAS
SERIE
VEDAS
SECUENCIAS
ILIMITADA
POTENCIA

P	E	R	M	U	T	A	C	I	O	N	L	U	C	I	A	R	I	T	M	E	T	I	C	A
R	S	R	U	O	S	H	O	I	S	E	R	A	D	F	M	N	U	O	A	O	S	J	P	S
O	R	E	C	I	A	M	M	Q	A	P	C	T	A	E	E	L	I	P	T	I	C	A	S	T
B	I	C	A	N	L	C	B	N	L	I	E	Z	I	L	U	B	P	N	E	R	L	N	N	R
A	L	G	E	B	R	A	I	U	U	Y	I	C	I	E	N	C	I	A	M	A	O	I	R	I
B	Q	U	R	I	U	M	N	H	M	A	O	U	L	M	D	T	O	N	A	L	L	S	A	N
I	E	S	I	N	T	B	A	T	R	T	P	O	T	E	N	C	I	A	T	U	P	T	N	G
L	I	T	T	F	R	O	C	D	O	R	A	D	O	N	G	H	U	L	I	C	O	A	N	E
I	R	O	E	O	J	V	I	N	F	L	R	M	S	T	I	P	A	F	C	L	T	E	R	N
D	T	S	E	R	I	E	O	F	M	R	A	U	T	O	N	R	N	M	A	A	E	X	E	T
A	S	I	T	M	F	S	N	R	T	I	D	S	O	S	E	C	U	E	N	C	I	A	S	E
D	V	E	D	A	S	N	U	M	E	R	O	C	A	R	P	I	M	B	H	O	P	A	P	G
A	I	C	E	T	F	T	S	S	I	N	J	L	I	M	I	T	E	S	D	M	R	I	J	O
M	U	L	T	I	P	L	I	C	A	R	A	G	T	E	T	I	R	E	S	T	A	R	S	T
E	O	T	O	C	E	T	E	H	L	U	I	L	I	M	I	T	A	D	A	E	V	T	B	I
L	C	F	R	A	C	C	I	O	N	E	S	A	I	P	A	T	B	N	T	O	D	E	V	N
B	O	D	R	C	T	E	G	I	S	N	D	S	H	U	E	P	L	H	V	R	S	M	P	I
O	C	I	N	D	I	C	E	S	O	U	O	T	I	D	U	R	E	Z	D	I	O	O	E	F
R	A	V	F	A	D	R	N	M	E	O	T	E	P	F	O	R	T	U	N	A	L	E	N	N
P	R	O	P	I	E	D	A	D	A	S	Y	Q	O	R	A	I	R	E	I	N	E	G	N	I



IX. CONEXIONES CURRICULARES.

ARITMÉTICA / MATEMÁTICAS / HISTORIA:

En equipos de 3 o 4 alumnos, estudiar el sistema de multiplicación de los Vedas, aplicarlo y explicarlo dando ejemplos. Ver el video del minuto 37 al 38.

X. GLOSARIO.

ÁLGEBRA:

Parte de las matemáticas en la cual las operaciones aritméticas son generalizadas empleando números, letras y signos. Cada letra o signo representa simbólicamente un número u otra entidad matemática. Cuando alguno de los signos representa un valor desconocido se llama incógnita.

ARITMÉTICA:

Parte de las matemáticas que estudia los números y las operaciones hechas con ellos.

CERO:

Signo sin valor propio, que en la numeración arábica sirve para ocupar los lugares donde no haya cifra significativa. Colocado a la derecha de un número entero, decuplica su valor; pero a la izquierda, en nada lo modifica.

ELÍPTICA:

Perteneciente o relativo a la elipsis.

FÓRMULA:

Ecuación o regla que relaciona objetos matemáticos o cantidades.

GEOMETRÍA:

Estudio de las propiedades y de las medidas de las figuras en el plano o en el espacio.

INFINITO:

Que no tiene ni puede tener fin ni término. Que no tiene ni puede tener fin ni término.

MULTIPLICAR:

Hallar el producto de dos factores, tomando uno de ellos, llamado multiplicando, tantas veces por sumando como unidades contiene el otro, llamado multiplicador. Realizar esta operación con expresiones algebraicas.

NÚMERO:

Expresión de una cantidad con relación a su unidad.

PARADOJA:

Figura de pensamiento que consiste en emplear expresiones o frases que envuelven contradicción.

PERMUTACIÓN:

Cada una de las ordenaciones posibles de los elementos de un conjunto finito.

POTENCIA:

Producto que resulta de multiplicar una cantidad o expresión por sí misma una o más veces.



PROBABILIDAD:

En un proceso aleatorio, razón entre el número de casos favorables y el número de casos posibles.

SECUENCIAS:

Conjunto de cantidades u operaciones ordenadas de tal modo que cada una está determinada por las anteriores.

SERIE:

Expresión de la suma de los infinitos términos de una sucesión.

